



UJAT

UNIVERSIDAD JUÁREZ
AUTÓNOMA DE TABASCO

“ESTUDIO EN LA DUDA. ACCIÓN EN LA FE”



Diseño educativo para la
enseñanza de la cinemática
de mecanismo

-Perera-Cortez et al.

JOBS DACB • UJAT
Journal of Basic Sciences

Volúmen 12
Número 34
mayo-agosto 2026

ISSN:2448-4997
<https://revistajobs.ujat.mx>

OPEN  ACCESS





En el número 34 del Journal of Basic Sciences se presentan ocho contribuciones que reflejan el carácter multidisciplinario de la revista, al abordar temas relacionados con ingeniería y ciencias de materiales, enseñanza de las ciencias, farmacéutica, física y matemáticas. Desde sus respectivas áreas, los trabajos emplean herramientas científicas para ampliar el conocimiento, fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje y contribuir a la solución de problemáticas de interés social, tecnológico y académico.

El número inicia con el artículo de López-Zapata et al., en el que se evalúa la corrosión atmosférica del acero al carbono y cobre en el municipio de Cunduacán, Tabasco, considerando la presencia de contaminantes atmosféricos asociados al entorno. Los resultados destacan la importancia de fortalecer las estrategias de control de emisiones y protección de materiales empleados en infraestructura industrial y residencial, particularmente en regiones con actividad petrolera.

Posteriormente, se presentan dos contribuciones relacionadas con la enseñanza de las ciencias. Perera Cortez et al. desarrollan y validan un prototipo didáctico de un mecanismo biela-manivela con corredera para la enseñanza de la cinemática en estudiantes de ingeniería. El dispositivo integra teoría, simulación y mediciones experimentales, favoreciendo una comprensión más interactiva de los conceptos estudiados. Por su parte, López-de Dios et al. analizan el uso y valoración de herramientas informáticas por profesores de la Licenciatura en Química de la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco durante la transición hacia la enseñanza virtual ocasionada por la pandemia de COVID-19. Sus resultados resaltan la necesidad de fortalecer no solamente las competencias técnicas digitales, sino también su adecuada integración pedagógica en la enseñanza de disciplinas experimentales.

En el área farmacéutica, Díaz-Martínez et al. comparan la ciclofosfamida y la bendamustina para el tratamiento del cáncer desde una perspectiva farmacoterapéutica y farmacoeconómica. El estudio considera eficacia, costos, reacciones adversas y disponibilidad de los medicamentos, proporcionando elementos para apoyar la toma de decisiones clínicas. Los resultados muestran ventajas económicas para la ciclofosfamida, mientras que la bendamustina representa una alternativa cuando se priorizan aspectos relacionados con tolerabilidad y seguridad.

Dentro del área de física, Rendón et al. estudian la variación de la presión atmosférica con respecto a la altura mediante modelos que incorporan un gradiente lineal de temperatura en las ecuaciones de estado de los gases ideales y de van der Waals. Esta aproximación permite representar de manera más realista el comportamiento de la atmósfera terrestre y explorar posibles comportamientos en Venus, Marte y Titán.

El número incluye además tres contribuciones del área de matemáticas. Balcázar-Araiza y Ojeda presentan una generalización dentro del Cálculo Fraccionario Multivariable mediante

la definición y análisis de integrales y diferenciales de Riemann-Liouville de tipo (α, k, P) , estableciendo propiedades y teoremas fundamentales asociados a estos operadores. Toledo et al. desarrollan un método numérico basado en elementos finitos para resolver ecuaciones diferenciales unidimensionales que involucran la derivada conformable, ofreciendo una herramienta para la aproximación eficiente de este tipo de problemas. Finalmente, Remigio-Juárez et al. presentan una introducción a los complejos de Vietoris-Rips y a la homología persistente, incluyendo el uso de diagramas de persistencia y herramientas computacionales en Python para el análisis de conjuntos de datos, con posibles aplicaciones en diversas áreas científicas.

De este modo, el número 34 del Journal of Basic Sciences reúne investigaciones y contribuciones académicas que muestran la diversidad de enfoques de las ciencias básicas y sus aplicaciones. En conjunto, los artículos fortalecen la difusión y divulgación del conocimiento científico y buscan generar impacto en los ámbitos regional, nacional e internacional.

DIRECTORIO INSTITUCIONAL

Universidad Juárez Autónoma de Tabasco

Lic. Guillermo Narváez Osorio.
Rector

Dr. Luis Manuel Hernández Govea.
Secretario de Servicios Académicos

Dr. Wilfrido Miguel Contreras Sánchez.
Secretario de Investigación, Posgrado y Vinculación

Dr. Pablo Marín Olán. Director de Difusión,
Divulgación Científica y Tecnológica

Directorio Divisional División Académica de Ciencias Básicas

Dra. Hermicenda Pérez Vidal.
Directora

Dr. Luis Manuel Martínez González.
Coordinador de Investigación

M.C. Abel Cortazar May.
Coordinador de Docencia

L.Q. Esmeralda León Ramos.
Coordinador de Difusión Cultural y Extensión

CONSEJO EDITORIAL

- **Dra. Addy Margarita Bolívar Cimé.** Editora en Jefe. Matemáticas. División Académica de Ciencias Básicas, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. <https://orcid.org/0000-0002-7342-0888>
- **Dr. Adib Abiu Silahua Pavón.** Gestor Editorial. DACB, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, <https://orcid.org/0000-0001-5344-1430>

COMITÉ EDITORIAL

- **Dra. Nancy Romero Ceronio. Editora Asociada.** Química. División Académica de Ciencias Básicas, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. <https://orcid.org/0000-0001-8169-3811>
- **Dra. María Arely López Garrido.** Editora Asociada. Ciencias Computacionales. División Académica de Ciencias Básicas, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. <https://orcid.org/0000-0003-1780-5748>
- **Dr. José Luis Benítez Benítez.** Editor Asociado. Física. División Académica de Ciencias Básicas, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. <https://orcid.org/0009-0000-0561-5029>
- **Dr. Domingo González Martínez.** Editor Asociado. Matemáticas. División Académica de Ciencias Básicas, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. <https://orcid.org/0000-0003-3754-0636>
- **Dr. Carlos Mario Morales Bautista.** Editor Asociado. Química. División Académica de Ciencias Básicas, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. <https://orcid.org/0000-0002-4825-4558>
- **Dr. Jorge Mauricio Paulin Fuentes.** Editor Asociado. Física. División Académica de Ciencias Básicas, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. <https://orcid.org/0000-0002-1433-8083>
- **Dr. Carlos Javier López Victorio.** Editor Asociado. Químico Farmacéutico Biólogo. División Académica de Ciencias Básicas, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. <https://orcid.org/0000-0002-0703-7266>
- **Dr. Manuel Salud Antonio Pérez.** Editor Asociado. Geofísica. División Académica de Ciencias Básicas, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco <https://orcid.org/0009-0003-8844-6604>

JOURNAL OF BASIC SCIENCES, Vol. 12, Núm. 34, agosto de 2026, es una publicación continua cuatrimestral, editada por la División Académica de Ciencias Básicas de la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, Av. Universidad S/N, Zona de la Cultura, Col. Magisterial, C.P. 86040, Villahermosa Tabasco, México. Tel. (+52) (933) 358 1500 Ext. 5040. <https://revistajobs.ujat.mx>. Editor Responsable de la Revista: Addy Margarita Bolívar Cimé. Reserva de derechos al uso exclusivo 04-2015-052110084000-203, ISSN: 2448-4997, ambos otorgado por el Instituto Nacional del Derecho de Autor. Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, Av. Universidad S/N, Zona de la Cultura, Col. Magisterial, Centro, Tabasco. C.P. 86040. Fecha de última actualización, 27 de junio de 2026.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor de la publicación y de esta Casa Editora.

Las publicaciones respaldadas con el sello editorial de la UJAT no podrán utilizarse para entrenar modelos de IA generativa, a menos de que haya una declaración expresa, tanto de la Universidad como de los autores y/o herederos.

CONTENIDO

	Pág.
Corrosión del cobre y el acero en condiciones atmosféricas	1
<i>López-Zapata, O. A., Del Ángel-Meraz, E., Corvo-Pérez, F. E., Valdés-Clemente, C. S.</i>	
Diseño educativo para la enseñanza de la cinemática de mecanismo	15
<i>Perera-Cortez, M. A., Jacobo-Cortés, E. A., Hidalgo-Arcos, W.</i>	
Uso de herramientas informáticas en la enseñanza de la química universitaria durante la pandemia de COVID-19	31
<i>López-de Dios, C. del C., Montejo-Ramos, R., Acosta-Pérez, L. I.</i>	
Impacto financiero y clínico de la ciclofosfamida y bendamustina en el tratamiento de cáncer en México	48
<i>Díaz-Martínez, I. G., Castro-Georgana, V. F., Vázquez-Cahuich, D. A., De la Cruz-López, J. J., García-Jesús, K. P., Flores-Dorantes, M. T., Pedraza-Montero, P.</i>	
Estimación de la presión en atmósferas planetarias mediante gradientes de temperatura constante y lineal	65
<i>Rendón, F., Pulido-Guerrero, R., Munguía, E.</i>	
On Riemann-Liouville Operators of type (α, k, P) and Related Function Spaces	80
<i>Balcázar-Araiza, R. C., Ojeda, N. R.</i>	

**Finite element method for a one-dimensional conformable
differential equation with Dirichlet boundary condition**

101

*Toledo, P.,
Hernández-Linares, C. A.,
Avendaño-Garrido, M. L.*

Homología persistente

121

*Remigio-Juárez, J.,
Almaguer-Cantú, M. H.,
Domínguez Colín, R.,
Hernández Garibay, J. R.,
Rodríguez Henríquez, L. M. X.*

Estimación de la presión en atmósferas planetarias mediante gradientes de temperatura constante y lineal

Estimating pressure in planetary atmospheres using constant and linear temperature gradients

Rendón, Francisco^{1,*} , Pulido-Guerrero, Rosalía¹ ,
Munguía, Eréndira¹ 

¹*Instituto de Agroingeniería de la Universidad del Papaloapan*

*frendon@unpa.edu.mx

Resumen

Algunos planetas y lunas están envueltos en una mezcla de gases en diferentes composiciones físico-químicas denominada atmósfera. Una propiedad importante de las atmósferas es la presión y como una primera aproximación para estudiarlas se utiliza la ecuación de los gases ideales a temperatura constante. En esta investigación se presentan cuatro modelos de la variación de la presión atmosférica respecto a la altura, considerando la ecuación de los gases ideales y la ecuación de van der Waals a las que se les acopla un gradiente de temperatura constante y uno lineal ($T = T_0 - \alpha y$). Los cuatro modelos se implementan para estudiar la variación de la presión respecto a la altura en los planetas Tierra, Venus y Marte y la luna Titán. Para el caso de la Tierra, se encontró que el modelo que mejor se ajusta con datos medidos por radiosonda es aquel en el que se implementa la ecuación los gases ideales acoplada al gradiente de temperatura lineal.

Palabras claves: presión, atmósferas planetarias, ecuación de los gases ideales, ecuación de van der Waals, modelación matemática

Abstract

Some planets and moons are enveloped in an atmosphere which is a mixture of gases with different physical and chemical compositions. Pressure is an important property of atmospheres, and the ideal gas equation at constant temperature is used as a first approximation to study them. In the current research we present 4 models of atmospheric pressure. We considered the ideal gas and the van der Waals equations coupled with a constant and a linear temperature gradient: ($T = T_0 - \alpha y$). Our models were implemented to study the variation in pressure with respect to altitude on the planets Earth, Venus, and Mars, and on the moon Titan. In the case of Earth, we found that the model that best fits data measured by meteorological stations is the one that implements the ideal gas equation coupled with a linear temperature gradient.

Keywords: pressure, planetary atmospheres, ideal gas equation, van der Waals equation, mathematical modelling

Recibido: 16 de octubre de 2025. Aceptado: 12 de julio de 2026. Publicado: 31 de agosto de 2026

1. Introducción

Una atmósfera planetaria es una mezcla de gases atraídos gravitacionalmente a un foco de masa suficientemente dominante al que envuelven, y que no es barrida completamente por el viento estelar [1]. Debido a esto, tales núcleos pueden desarrollarse a partir de nubes moleculares interestelares dentro de discos protoplanetarios [2] dando lugar a objetos astronómicos rocosos con atmósferas de espesor variable o gigantes gaseosos mejor conocidos como planetas, los cuales pueden estar ligados gravitacionalmente a otros objetos orbitantes de menor tamaño llamados lunas.

En el Sistema Solar existen 8 planetas y más de 160 lunas. Entre los planetas, solo Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno, así como la luna Titán (Saturno), tienen una atmósfera significativa (véase la Tabla 1). Aunque las lunas Tritón (Neptuno) y Ganímedes (Júpiter) también poseen atmósferas, estas son muy tenues [3].

Tabla 1: Composición química de las atmósferas para objetos del Sistema Solar. [3]

Objeto	Masa[kg]	CO ₂	N ₂	O ₂	Ar	CH ₄	Na	H ₂	He	Otros
Mercurio	1000			42 %			22 %	22 %	6 %	8 %
Venus	4.8×10^{20}	96 %	3 %							
Tierra	1.4×10^{21}		78 %	21 %	1 %					<1 %
Marte	2.5×10^{16}	95.3 %	2.7 %		1.7 %					0.7 %
Júpiter	1.9×10^{27}							> 87 %	>12 %	
Saturno	5.4×10^{26}							90 %	5 %	5 %
Urano	8.6×10^{25}					2 %		83 %	15 %	
Neptuno	1.0×10^{26}					2 %		84 %	12 %	2 %
Titán	1.345×10^3		95 %			5 %				

Existen dos variables termodinámicas muy importantes en el estudio de las atmósferas planetarias: la presión, P , y la temperatura, T . Estas se relacionan física y matemáticamente mediante una ecuación de estado. Como por ejemplo, la ecuación de los gases ideales [4], en la que se considera que las partículas son puntuales y no existe interacción entre ellas:

$$PV = nRT, \quad (1)$$

donde n es el número de moles de sustancia contenido en el volumen V , y $R = 8.314462\text{J/mol} \cdot \text{K}$ es la constante de los gases ideales en unidades del Sistema Internacional de Unidades (SI).

Una ecuación de estado más realista es la ecuación de van der Waals [4], ya que considera el volumen de las moléculas y las fuerzas intermoleculares entre ellas

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT, \quad (2)$$

donde la constante b representa aproximadamente el volumen de un mol de moléculas, mientras que la constante a depende de las fuerzas de atracción intermoleculares; estas constantes son diferentes para cada gas y se han determinado experimentalmente, lo cual vuelve empírica a la ecuación.

Cuando se tiene una mezcla de diferentes gases, se puede calcular un *promedio* de las constantes a y b de la ecuación de van der Waals siguiendo la propuesta presentada en [5]

$$a = \left(\sum_{i=1} x_i a_i^{1/2} \right)^2, \quad (3)$$

y

$$b = \sum_{i=1} x_i b_i, \quad (4)$$

donde a_i , b_i son las constantes de van der Waals de la i -ésima especie de la mezcla, mientras que x_i es la fracción molar de dicha especie.

2. Ecuación de la presión de un fluido en términos de la altura

Considérese un fluido (gas) uniforme, es decir, tanto la densidad (ρ) como la aceleración debida a la gravedad (g) tienen el mismo valor en todo el fluido. Si el fluido está en equilibrio, cada elemento de volumen está en equilibrio. Ahora, considere un elemento de volumen dV , de área A y anchura dy , como se muestra en la Figura 1. Las superficies interior y superior que tienen área A están a distancias y y $y + dy$, respectivamente, por arriba de algún nivel de referencia donde $y = 0$. El volumen del elemento de fluido es $dV = A dy$, su masa es $dm = \rho dV = \rho A dy$, y su peso es $dw = dm g = \rho g A dy$.

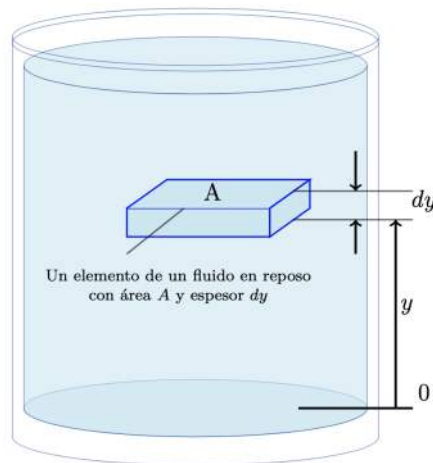


Figura 1: Elemento de volumen de un fluido en reposo.

Las fuerzas que actúan sobre el elemento de volumen se muestran en la Figura 2. Sea P la presión en la superficie inferior; luego, a componente y de fuerza total hacia arriba que actúa sobre dicha superficie es PA . La presión en la superficie es $P + dP$, y la componente y de fuerza total (hacia abajo) sobre esta superficie es $-(P + dP)A$. Como el elemento de fluido está en equilibrio, la componente y de fuerza total, incluyendo el peso y las fuerzas en las superficies superior e inferior, debe ser cero.

Así, por la primera ley de Newton se tiene que $\sum F_y = 0$, es decir,

$$PA - (P + dP)A - \rho g A dy = 0.$$

Reorganizado términos, se sigue que el cambio de la presión respecto a la altura es:

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g. \quad (5)$$

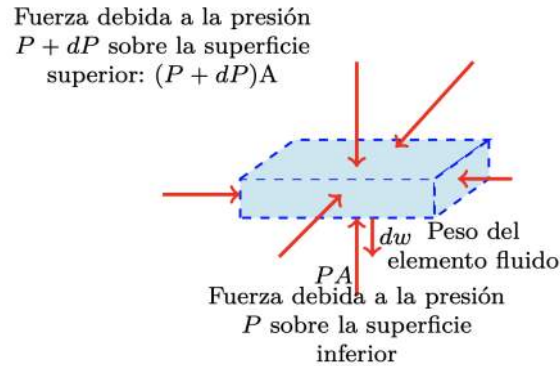


Figura 2: fuerzas que actúan en un elemento de fluido dV en equilibrio.

2.1. Ecuación diferencial de la presión para gases ideales

Dado que, el número de moles se define como $n = m/M$, donde m es la masa y M la masa molar, y que la densidad se define como $\rho = m/V$, se sigue de la ecuación (1) que

$$\rho = \frac{MP}{RT}.$$

Así, de la ecuación (5) se obtiene una ecuación diferencial que modela la variación de la presión en términos de la altura, es decir,

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{MgP}{RT}. \quad (6)$$

Por otro lado, si se considera que la temperatura varía linealmente con la altura de forma tal que

$$T = T(y) = T_0 - \alpha y, \quad (7)$$

donde T_0 es la temperatura de la superficie del planeta (o luna) y α es un promedio del gradiente de temperatura, la ecuación (6) se reescribe como

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{MgP}{R(T_0 - \alpha y)}. \quad (8)$$

2.2. Ecuación diferencial de la presión para gases reales

Implementando la definición de número de mol y de densidad, se sigue que para el caso de la ecuación de van der Waals (ecuación (2)), la densidad se puede expresar de la siguiente manera

$$\rho = \frac{V^2 PM + Man^2}{V^2(RT + Pb) + abn^2}. \quad (9)$$

Luego, de la ecuación (5) se obtiene la variación de la presión respecto a la altura

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{(V^2 MP + an^2 M)g}{V^2(RT + Pb) + abn^2}. \quad (10)$$

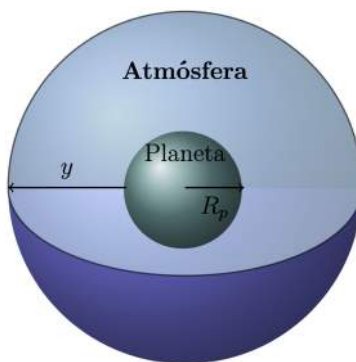


Figura 3: Volumen de la atmósfera a cierta altura y .

Ahora, si se toma en cuenta un gradiente de temperatura como el definido por la ecuación (7), la variación de la presión en términos de la altura se puede expresar como

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{(V^2MP + an^2M)g}{V^2[R(T_0 - \alpha y) + Pb] + abn^2}. \quad (11)$$

El volumen considerado en las ecuaciones (10) y (11) es el que se forma desde la superficie del cuerpo celeste hasta cierta altura y , como se observa en la Figura 3. Este se calcula como la diferencia entre el volumen de dos esferas concéntricas de radios $R_p + y$ y R_p , es decir,

$$V(y) = \frac{4\pi}{3} [(R_p + y)^3 - R_p^3], \quad (12)$$

donde R_p es el radio del cuerpo celeste y y es la altura medida sobre su superficie.

3. Soluciones de las ecuaciones diferenciales de la presión

3.1. Gases ideales: Soluciones analíticas

Considerando que para $y = 0$ (nivel del mar) la presión es $P = P_0$, por integración directa de la ecuación (6), se sigue que la presión en términos de la altura, considerando un gradiente de temperatura constante, se puede calcular como

$$P(y) = P_0 \exp\left(-\frac{Mg}{RT}y\right). \quad (13)$$

Análogamente, al integrar la ecuación (8), se obtiene que la presión en términos de la altura, considerando un gradiente de temperatura lineal, se puede calcular como

$$P(y) = P_0 \left(1 - \frac{\alpha y}{T_0}\right)^{\frac{Mg}{R\alpha}}. \quad (14)$$

Las ecuaciones (13) y (14) representan a los Modelos I y II, respectivamente. Las constantes planetarias *a nivel del suelo*: presión, P_0 , temperatura, T_0 , y densidad, ρ_0 , así como gravedad, g y el radio, R_p , de los cuerpos celeste son tomadas de [6], y se enlistan en la Tabla 2.

Tabla 2: Constantes planetarias.

Cuerpo	T_0 [K]	g [m/s ²]	P_0 [Pa]	R_p [m]	ρ_0 [kg/m ³]
Venus	713.15	8.9	9.2×10^6	6052000	65
Tierra	288.15	9.81	101325	6378000	1.225
Marte	208.15	3.7	1000	3396000	0.020
Titán	93.7	1.37	150000	1222116	5.3

3.2. Gases reales: Soluciones numéricas

Las ecuaciones (10) y (11) no tienen solución analítica, estas se resuelven de manera numérica implementando la función `solve_ivp` del subpaquete `integrate` de la librería `scipy` [8] de PYTHON. El algoritmo de integración que se implementa en esta función es el Runge-Kutta de orden 5, y se toma como condición inicial $P(0) = P_0$. Las ecuaciones (10) y (11) representan a los Modelos III y IV, respectivamente.

4. Indicadores estadísticos de validación de modelos

Para una muestra de N observaciones O_i y sus correspondientes predicciones P_i , obtenidas a través de un modelo, el *error absoluto medio* (MAE) y la *raíz del error cuadrático medio* (RMSE) son

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |P_i - O_i|, \quad (15)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (P_i - O_i)^2}. \quad (16)$$

Si bien, ambos indicadores se han utilizado para evaluar el rendimiento de modelos durante muchos años, no existe consenso sobre la métrica más apropiada para los errores de los modelos [7]. Por lo que se complementan con tres indicadores sugeridos en [9], que se utilizan principalmente para medir qué tan bien coinciden los valores predichos por un modelo climático, ambiental o hidrológico con los datos observados.

El índice *índice de coincidencia* (d) es una medida estandarizada del grado de error de predicción del modelo. Se calcula como se muestra en la ecuación (17):

$$d = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (P_i - O_i)}{\sum_{i=1}^N (|P_i - \bar{P}| + |O_i - \bar{O}|)^2}, \quad (17)$$

donde $\bar{P}$ y $\bar{O}$ son las medias de los datos predichos y observados, respectivamente. Este índice es adimensional y varía entre 0 y 1. Un valor de 1 indica una coincidencia perfecta, y 0 indica que no hay ninguna coincidencia [10].

El *coeficiente de eficiencia de Nash-Sutcliffe* (NSE) mide la magnitud relativa de la varianza residual en comparación con la varianza de los datos observados, lo que indica qué tan bien se ajusta una gráfica de datos observados frente a datos predichos a la línea 1:1. Se calcula como se muestra en la ecuación (18)

$$\text{NSE} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (P_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O})^2}. \quad (18)$$

Este coeficiente varía entre $-\infty$ y 1; y cuanto más cerca de 1, más preciso es el modelo. $\text{NSE} = 1$ corresponde a una coincidencia perfecta entre el modelo y los datos observados. $\text{NSE} = 0$ indica que las predicciones del modelo son tan precisas como la media de los datos observados. $-\infty < \text{NSE} < 0$ indica que la media observada es un mejor predictor que el modelo [11].

El *sesgo porcentual* (PBIAS) mide la tendencia promedio de los valores predichos a ser mayores o menores que los observados. Se calcula mediante la ecuación (19):

$$\text{PBIAS} = 100 \frac{\sum_{i=1}^N (P_i - O_i)}{\sum_{i=1}^N O_i}. \quad (19)$$

El valor óptimo de PBIAS es 0, y los valores de baja magnitud indican una predicción precisa del modelo. Los valores positivos indican un sesgo de sobreestimación, mientras que los valores negativos indican un sesgo de subestimación del modelo [12, 13]. Los valores de PBIAS pueden interpretarse como *muy bueno* si $|\text{PBIAS}| < 10\%$, *bueno* si $10\% < |\text{PBIAS}| < 15\%$, e *insatisfactorio* si $|\text{PBIAS}| > 25\%$ [9].

5. Resultados: datos reales vs. modelos

Se presentan cuatro modelos diferentes para estimar la presión en atmósferas planetarias. Los Modelos I y II tienen solución analítica, mientras que los Modelos III y IV se resuelven numéricamente:

Modelo I: Ecuación de estado de los gases ideales acoplada a un gradiente de temperatura constante cuya solución analítica viene dada por la ecuación (13).

Modelo II: Ecuación de estado de los gases ideal acoplada a un gradiente de temperatura lineal, cuya solución analítica está dada por la ecuación (14).

Modelo III: Ecuación de estado de van der Waals acoplada a un gradiente de temperatura constante. Este modelo no tiene solución analítica (véase la ecuación (10)).

Modelo IV: Ecuación de estado de van der Waals acoplada a un gradiente de temperatura lineal. Este modelo no tiene solución analítica (véase la ecuación (11)).

En la Tabla 3 se presentan los valores de las constantes a y b de la ecuación de van der Waals para una mezcla de gases, así como los valores de la masa molar, M , requeridos en los modelos. Estos se calcularon de acuerdo a la composición química de las atmósferas planetarias que se muestran en la Tabla 1.

Tabla 3: Constantes de van der Waals y masa molar M de las atmósferas planetarias

Cuerpo	$a[10^5 \text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{kmol}^{-2}]$	$b[\text{m}^3 \cdot \text{kmol}^{-1}]$	$M[\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}]$
Venus	3.4070	0.0421	0.04345
Tierra	1.3828	0.0375	0.02857
Marte	3.4182	0.0423	0.04270
Titán	1.4227	0.0393	2.74115

5.1. Comparación de los modelos para el planeta Tierra

5.1.1. Recopilación de datos

Para discernir cuál de los cuatro modelos se ajusta mejor a las condiciones atmosféricas reales del planeta Tierra, se compararon los datos arrojados por los modelos con mediciones recopiladas por Radiosonda, en concreto la radiosonda con clave 76805 que se lanza desde la Ciudad de Acapulco, Guerrero, México, a 3 m sobre el nivel del mar. Los datos se encuentran disponibles en el Directorio de Datos de Sondeo del Archivo Global Integrado de Radiosondeos (IGRA por sus siglas en inglés) de la Oficina Nacional de Administración Oceánica y Atmosférica (NOAA por sus siglas en inglés) [14]. La fecha y lanzamiento utilizados son los de 30 de junio de 2025 a las 12:00 UTC. Además, se implementó un gradiente de temperatura $\alpha = 6.5 \times 10^{-3} \text{ K km}^{-1}$ [15] para los Modelos II y IV.

5.1.2. Comparación de modelos

En la Figura 4 se muestran las curvas obtenidas, *presión* vs. *altura*, de los modelos descritos previamente, así como los datos medidos por la radiosonda 76805 el 2 de febrero de 2025. Se puede observar, cualitativamente, que el Modelo II es el que mejor se ajusta a tales mediciones. Cabe mencionar que se realizó un análisis similar para datos medidos el 1 de enero de 2000, el 7 de enero de 2005 y el 9 de enero de 2024, obteniéndose resultados muy similares a los presentados en la Figura 4.

En la Tabla 4 se muestran los valores del MSE, el RMSE, el índice d , el NSE y el PBIAS para la comparación de los cuatro modelos y los datos observados. Los cálculos de estos indicadores se realizan implementado la paquetría `hydroGOF` [16] de R Studio.

El Modelo II posee los valores más pequeños de MAE y RMSE, mientras que el Modelo III es el que presenta los valores más grandes. Esto implica que, según estos indicadores, el Modelo II es mejor que los Modelos I, III y IV. Asimismo, el Modelo II posee un índice de coincidencia d muy próximo a 1, lo que indica que la predicción de este modelo es muy buena. El NSE del Modelo II es el mejor, esto se puede observar en la Figura (5), donde se muestra como los datos predichos y observados se ajustan, casi perfectamente, a la línea 1:1; mientras que existe una mayor dispersión para el Modelo III. Finalmente, para el Modelo II se observa que $|\text{PBIAS}| < 10\%$, lo que indica que el modelo es muy bueno, pese a que los datos predichos son mayores a los observados, ya que $\text{PBIAS} < 0$; en contra parte, el Modelo III es el más insatisfactorio de todos, ya que $|\text{PBIAS}| > 25\%$.

De acuerdo con los indicadores mostrados en la Tabla 4, el Modelo I también muestra un buen desempeño. Tanto el índice d como el NSE están muy cerca de 1.0, y el $|\text{PBIAS}| < 10\%$. Sin embargo, en este modelo se asume que la temperatura de la atmósfera terrestre es constante, lo cual es físicamente inconsistente, ya que la temperatura de la atmósfera varía según sus capas.

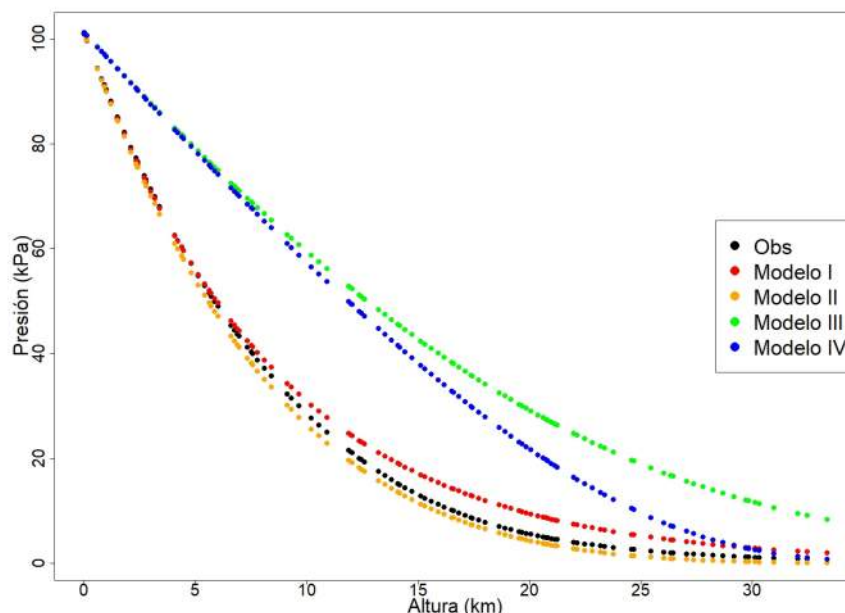


Figura 4: Gráfica altura vs. presión con datos observados y predichos por los modelos.

Tabla 4: Indicadores estadísticos para la comparación de datos predichos con datos observados por la Radiosonda el 2 de febrero de 2025.

Modelo	MAE [kPa]	RMSE [kPa]	d	NSE	PBIAS[%]
I	1.48829	2.66566	0.99807	0.99261	7
II	1.15912	1.43824	0.99946	0.99785	-4.4
III	4.56886	22.5735	0.87615	0.47040	69.2
IV	4.08679	19.0534	0.91522	0.62269	54.9

5.2. Modelación de la presión atmosférica en Venus, Marte y Titán

Para estudiar la variación de la presión atmosférica respecto a la altura en los planetas Venus y Marte, así como en la luna Titán, se implementaron los cuatro modelos propuestos. No obstante, no fue posible realizar una comparación con datos reales ya que no se cuenta con una base de datos meteorológicos para tales atmósferas.

5.2.1. Venus

Para estudiar la presión atmosférica en Venus se asume un gradiente de temperatura adiabático $\alpha = 9 \text{ K km}^{-1}$ en una capa atmosférica de 33 km por debajo de las cima de las nubes compuesta principalmente de dióxido de carbono [18]. En la Figura 6 se muestra cómo varía la presión atmosférica de Venus en términos de la altura para los cuatro modelos implementados. Se observa que en los Modelos I y II la presión disminuye de manera exponencial. Este resultado concuerda razonablemente bien con el gradiente adiabático para una atmósfera predominantemente de dióxi-

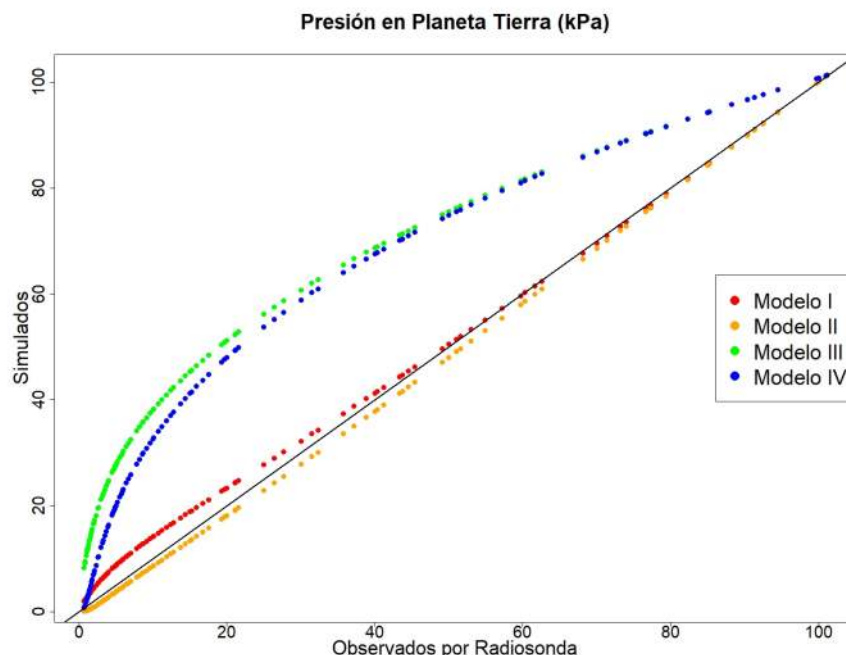


Figura 5: Relación entre los datos observados y los datos predichos por los modelos presentados.

do de carbono a las temperaturas y presiones ambientales de Venus [19]. Sin embargo, para los Modelos III y IV la presión disminuye de manera casi lineal.

5.2.2. Marte

La atmósfera de Marte está compuesta principalmente de dióxido de carbono (95 %), nitrógeno molecular (2.85 %) y argón (2 %) [20]. El gradiente de temperatura usado para modelar la presión en la atmósfera de Marte es $\alpha = 1.5 \text{ K km}^{-1}$ [15]. En la Figura 7 se observa cómo para los Modelos I y III la variación de la presión respecto a la altura es casi la misma, y disminuye de manera exponencial. Algo similar ocurre con los Modelos II y IV, siendo estos donde el decaimiento de la presión es más rápido. Derivado de estudios realizados por la sonda Mariner 9 en 1974, se ha estimado que la presión en la atmósfera de Marte es de 72 Pa [21] a una altura de 21.287km, en lo que se conoce como Monte Olimpo [22]. En contraste, con el Modelo II (mejor ajuste para la Tierra) se ha logrado estimar una presión de 106 Pa a dicha altura; mientras que para los Modelos I, III y IV se han estimado valores de 143 Pa, 1146 Pa y 109 Pa, respectivamente.

5.2.3. Titán

La atmósfera inferior de Titán está compuesta principalmente de nitrógeno (94.2 %), metano (5.65 %) e hidrógeno (0.099 %); también se pueden encontrar trazas de etano, diacetileno, metilacetileno, acetileno, propano y otros hidrocarburos policíclicos aromáticos [23]. El gradiente de temperatura implementado para modelar la presión en la atmósfera de Titán es $\alpha = 8.2 \text{ K km}^{-1}$ [15]. En la Figura 8 se observa cómo la presión varía muy similarmente para los Modelos I y II. Lo mismo sucede para los Modelos III y IV. Puede observarse, también, que la presión decae abruptamente a pocos metros sobre la superficie de la luna.

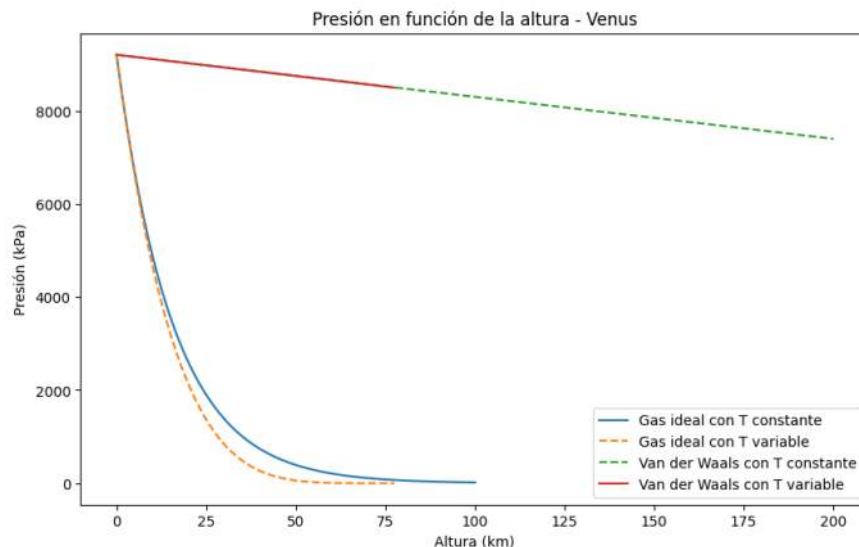


Figura 6: Venus

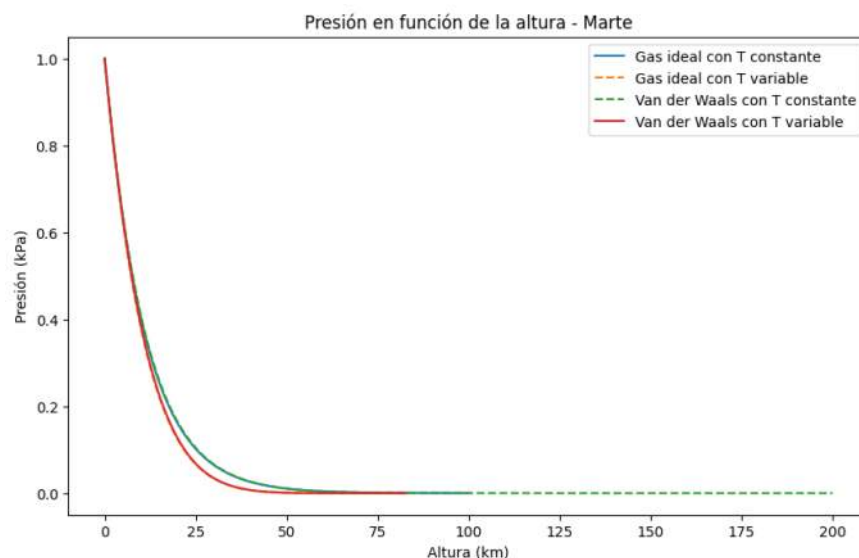


Figura 7: Marte

6. Conclusiones

El presente estudio abordó el problema de estimar la variación de la presión en las atmósferas planetarias respecto a la altura. Una de las principales contribuciones de este trabajo fue introducir un gradiente de temperatura lineal a las ecuaciones de estado de los gases ideales y la ecuación de van der Waals para gases reales, en las que generalmente se asume que la temperatura es constante, lo cual no es físicamente correcto, ya que la temperatura en la Tierra disminuye con la altura.

Se presentan cuatro modelos para estimar la presión atmosférica respecto a la altura. Los Modelos I y II tuvieron soluciones analíticas, mismas que están descritas por las ecuaciones (13) y (14), respectivamente. Mientras que para los Modelos III y IV, que no tienen solución analítica, se utilizó la función `solve_ivp` del subpaquete `integrate` de la librería `scipy` de PYTHON para hallar

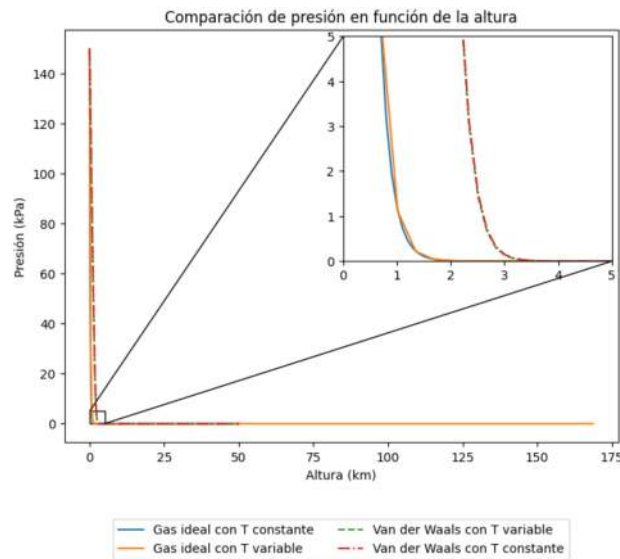


Figura 8: Titán

las soluciones numéricas a ambos modelos.

Los cuatro modelos propuestos se implementaron para estimar la presión atmosférica de la Tierra, y se compararon con datos tomados, el 6 de febrero de 2025, por la Radiosonda de la estación meteorológica 76805 en Acapulco, Guerrero, México. Se encontró que de acuerdo con los indicadores que miden el MAE, el MSRE, el índice d , el NSE y el PBIAS, el Modelo II es el que mejor se ajusta a los datos medidos por la Radiosonda, pese a que este modelo está basado en la ecuación de estado de los gases ideales. Para el Modelo I, los indicadores también son buenos; sin embargo, en este modelo se asume que la temperatura de la Tierra es constante, lo cual no puede ocurrir ya que esta varía con la altura.

Con base a los indicadores empleados, los Modelos III y IV –derivados en la ecuación de van der Waals– no tuvieron un buen desempeño en relación a los datos observados como se esperaba, a pesar de que la física implementada en tales modelos es más realista. Este hecho quizás se deba a que el volumen de la atmósfera es muy grande comparado con el volumen de las moléculas, provocando que el gas se comporte de manera ideal. No obstante, el Modelo IV es ligeramente mejor que el modelo III, ya que en este se asume que la temperatura varía con la altura.

Asimismo, se implementaron los cuatro modelos para estudiar el comportamiento de la presión atmosférica en los planetas Venus y Marte, así como en la luna Titán. En casi todos los casos, se encontró que la presión disminuye de manera exponencial. Sin embargo, para estos tres cuerpos celestes no fue posible hacer una comparación con datos reales, ya que desafortunadamente no existe, hasta el momento, una base de datos que tenga registro sobre cómo varía la presión respecto a la altura en tales atmósferas.

7. Agradecimientos

El autor le agradece a la SECIHTI el apoyo otorgado a través del proyecto CF-2023-I-1221.

8. Conflicto de intereses

“Los autores declaran no tener conflictos de intereses”

9. Declaratoria de uso de Inteligencia Artificial

“Los autores declaran que no han utilizado ninguna aplicación, software, páginas web de inteligencia artificial generativa en la redacción del manuscrito, en el diseño de tablas y figuras, ni en el análisis e interpretación de los datos”.

10. Resumen gráfico

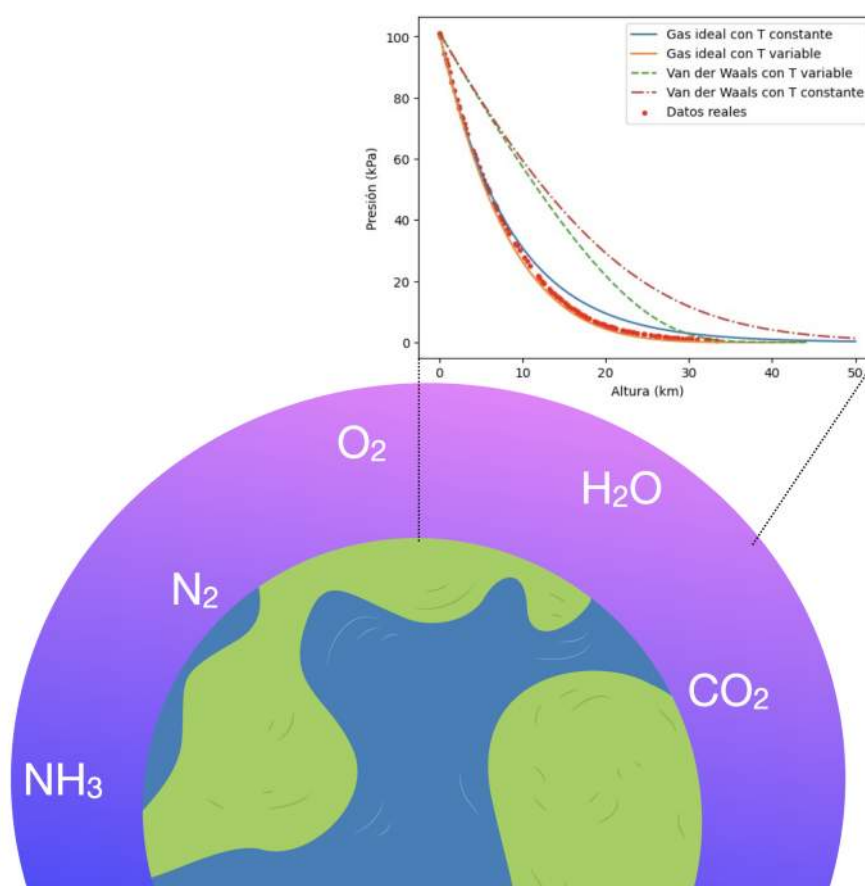


Figura 9: Ejemplo del Resumen Gráfico.

11. Roles de contribución

ROL	AUTORES(AS)
Cocentptualización	Francisco Rendón Rosalía Pulido-Guerrero
Curación de datos	Eréndira Munguía Rosalía Pulido-Guerrero
Análisis formal	Eréndira Munguía Francisco Rendón
Adquisición de fondos	Francisco Rendón
Investigación	Rosalía Pulido-Guerrero
Metodología	Francisco Rendón Rosalía Pulido-Guerrero
Administración del proyecto	Francisco Rendón
Software	Rosalía Pulido-Guerrero Eréndira Munguía
Supervisión	Francisco Rendón Eréndira Munguía
Validación	Eréndira Munguía Francisco Rendón
Visualización	Francisco Rendón Eréndira Munguía
Escritura-borrador-original	Francisco Rendón Rosalía Pulido-Guerrero
Escritura-revisión-edición	Francisco Rendón Eréndira Munguía

Referencias

- [1] A. Sanchez-Lavega, An introduction to planetary Atmospheres. DOI: 10.1201/9781439894668, 2010.
- [2] Z. Zhu et al., “Dust Filtration by Planet-induced Gap Edges: Implications for Transitional Disks”, *ApJ*, vol. 755, pp. 6, 2012, doi:10.1088/0004-637X/755/1/6.
- [3] T. Spohn, D. Breuer, T.V. Johnson, *Encyclopedia of the Solar System*. Elsevier, 2014.
- [4] W. Moebs, S.J. Ling, J. Sanny, *University Physics Volume 1*. OpenStax, 2016.
- [5] G. Soave, “Equilibrium constants from a modified Redlich-Kwong equation of state”, *Chemical Engineering Science*, vol. 27, pp. 1197-1203, 1972, doi:10.1016/0009-2509(72)80096-4
- [6] R. Williams. *Planetary Fact Sheet (Metric)*. NASA, 2018.
- [7] T. Chai, R.R. Draxler, “Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)?–Arguments against avoiding RMSE in the literature”, *Geosci. Model Dev.*, vol. 7, pp. 1247-1250, 2014, doi:10.5194/gmdd-7-1525-2014.
- [8] P. Virtanen et al., “SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python”, *Nature Methods*, vol. 17, pp. 261-272, 2020, doi:10.1038/s41592-019-0686-2.

- [9] D.N. Moriasi, J.G. Arnold, M.W. Van Liew, R.L. Binger, R.D. Harmel, T.L. Veith, “Model Evaluation Guidelines for Systematic Quantification of Accuracy in Watershed Simulations”, Transactions of the American Society of Agricultural and Biological Engineers, vol. 50, pp. 885-900, 2007, doi:10.13031/2013.23153.
- [10] C.J. Willmott, “On the validations of models”, Physical Geography 2, pp. 184-194, 1981.
- [11] J.E. Nash, J.V. Sutcliffe, “River flow forecasting through conceptual models part I — A discussion of principles”, Journal of hydrology, vol. 10(3), pp. 282-290, 1970, doi:10.1016/0022-1694(70)90255-6.
- [12] S. Sorooshian, Q. Duan, C.K. Gupta, “Hydrology: Runoff and streamflow, Hydrology: General or miscellaneous, General or Miscellaneous: Techniques applicable in three or more fields, Information Related to Geographic Region: North America”, Water Resources Research, vol. 29(4), pp. 1185-1194, 1993, doi:10.1029/92WR02617.
- [13] P.O. Yapo, H.V. Gupta, S. Sorooshian, “Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models: sensitivity to calibration data”, Journal of hydrology, vol. 181(1), pp. 23-48, 1996, doi:10.1016/0022-1694(95)02918-4.
- [14] National Centers for Environmental Information (NCEI), NOAA. (2025). Integrated Global Radiosonde Archive (IGRA), Version 2 (Station MXM00076805). National Oceanic and Atmospheric Administration. noaa.gov
- [15] I. Kennedy., “Computation of Planetary Atmospheres with Action Mechanics Using Temperature Gradients Consistent with the Virial Theorem”, International Journal of Energy and Environment, vol. 9, 2015.
- [16] M. Zambrano-Bigiarini, hydroGOF: Goodness-of-fit functions for comparison of simulated and observed hydrological time series. R package version 0.7-0, 2022i, doi: 10.32614/CRAN.package.hydroGOF.
- [17] B. Illowsky, D. College, S. Dean, D. College, Introducción a la estadística. OpenStax, 2022.
- [18] A.H. Barrett., “Microwave Absorption and Emission in the Atmosphere of Venus”, Astronomical Journal, vol. 65, pp. 340, 1960, doi:10.1086/108111
- [19] R.A. Schiffer, Models of Venus Atmosphere. NASA, 1968.
- [20] H.B Franz et al., “Initial SAM calibration gas experiments on Mars: Quadrupole mass spectrometer results and implications”, Planetary and Space Science, vol. 138, pp. 44-55, 2017, doi:10.1016/j.pss.2017.01.014
- [21] M.E. Davies, “Photogrammetric measurements of Olympus Mons on Mars”, Icarus, vol. 21(3), pp. 230-236, 1974, doi:10.1016/0019-1035(74)90037-2.
- [22] D.E. Smith et al., “Mars Orbiter Laser Altimeter: Experiment summary after the first year of global mapping of Mars”, Journal of Geophysical Research, vol. 110(10), pp. 23689-23772, 2001, doi:10.1029/2000JE001364.
- [23] H. Niemann et al., “The abundances of constituents of Titan’s atmosphere from the GCMS instrument on the Huygens probe”, Nature, vol. 438, pp. 779-784, 2005, doi:10.1038/nature04122